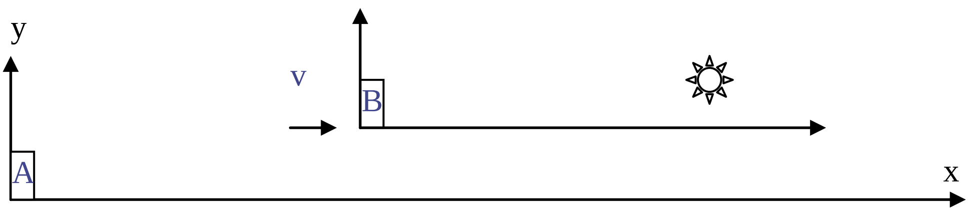
RELATIVITA' E FORZA MAGNETICA

La forza magnetica è un effetto relativistico della forza elettrica

Formule relativistiche utilizzate



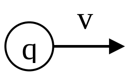
$$v_A = \frac{v_B + v}{1 + \frac{v}{c^2} v_B} \Rightarrow v_B = \frac{v_A - v}{1 - \frac{v}{c^2} v_A}$$

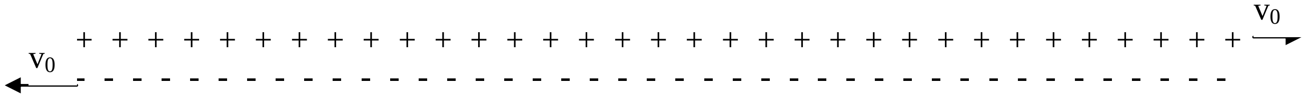
$$l_A = l_B \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$F_{Ax} = F_{Bx}$$

$$F_{Ay} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot F_{By}$$

Consideriamo questa semplice situazione





Nell'interpretazione classica il campo elettrico agente sulla carica q è nullo. Infatti le due densità di carica sono per ipotesi uguali e non cambiano in quanto tante cariche fuoriescono da una parte quante ne rientrano da parte opposta.

$$E^+ = \frac{\lambda^+}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} = \frac{\frac{Q^+}{l^+}}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} \qquad E^- = \frac{\lambda^-}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} = \frac{\frac{Q^-}{l^-}}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} \qquad l^+ = l^- \quad Q^+ = Q^- \Rightarrow E^+ = E^-$$

INTERPRETAZIONE RELATIVISTICA

Per semplificare la scrittura indicheremo con

$$\beta = \frac{v}{c} \qquad \beta_0 = \frac{v_0}{c} \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_0^2}}$$

Che cosa si osserva nei diversi sistemi di riferimento:

sistema di riferimento delle particelle cariche positive

- la distribuzione di cariche positive è ferma
- la distribuzione di cariche positive ha una lunghezza l_0
- la quantità di carica positiva distribuita sulla lunghezza l_0 è Q

sistema di riferimento delle particelle cariche negative

- la distribuzione di cariche negative è ferma
- la distribuzione di cariche negative ha una lunghezza l_0
- la quantità di carica negativa distribuita sulla lunghezza l_0 è -Q

sistema di riferimento del laboratorio (A)

- la distribuzione di cariche positive ha velocità v_0
- la distribuzione di cariche negative ha velocità $-v_0$
- la distribuzione di cariche positive ha una lunghezza $l = \frac{l_0}{\gamma_0}$
- la distribuzione di cariche negative ha una lunghezza $l = \frac{l_0}{\gamma_0}$
- la densità di carica positiva è uguale alla densità di carica negativa $\lambda = \frac{Q}{l}$
- le due distribuzione di carica costituiscono un corpo neutro
- la carica q ha velocità v

sistema di riferimento della particella carica q (B)

- la distribuzione di cariche positive ha velocità $\quad v^+ = \frac{v_0 - v}{1-\frac{v_0 v}{c^2}} = \frac{v_0 - v}{1-\beta_0\beta}$
- la distribuzione di cariche positive ha lunghezza

$$l^+ = l_0\sqrt{1-\frac{(v^+)^2}{c^2}} = l_0\sqrt{1-\frac{\left(\frac{v_0 - v}{1-\beta_0\beta}\right)^2}{c^2}} = l_0\sqrt{1-\frac{\beta_0{}^2 - 2\beta_0\beta + \beta^2}{(1-\beta_0\beta)^2}}$$

$$l^+ = l_0\sqrt{\frac{1-2\beta_0\beta + \beta_0{}^2\beta^2 - \beta_0{}^2 + 2\beta_0\beta - \beta^2}{(1-\beta_0\beta)^2}} = \frac{l_0}{(1-\beta_0\beta)}\sqrt{\left(1-\beta_0{}^2\right)\left(1-\beta^2\right)}$$

- la densità di carica positiva è
$$\lambda^+ = \frac{Q}{l^+} = \frac{Q}{l_0}\frac{(1-\beta_0\beta)}{\sqrt{(1-\beta_0{}^2)(1-\beta^2)}} = \frac{Q}{l_0}\gamma_0\gamma(1-\beta_0\beta) = \frac{Q}{l}\gamma(1-\beta_0\beta) = \lambda\gamma(1-\beta_0\beta)$$
- la distribuzione di cariche negative ha velocità $v^- = \dfrac{v_0+v}{1+\dfrac{v_0 v}{c^2}} = \dfrac{v_0+v}{1+\beta_0\beta}$
- la distribuzione di cariche negative ha lunghezza
$$l^- = l_0\sqrt{1-\frac{(v^-)^2}{c^2}} = l_0\sqrt{1-\frac{\left(\dfrac{v_0+v}{1+\beta_0\beta}\right)^2}{c^2}} = l_0\sqrt{1-\frac{\beta_0{}^2+2\beta_0\beta+\beta^2}{(1+\beta_0\beta)^2}}$$
$$l^- = l_0\sqrt{\frac{1+2\beta_0\beta+\beta_0{}^2\beta^2-\beta_0{}^2-2\beta_0\beta-\beta^2}{(1+\beta_0\beta)^2}} = \frac{l_0}{(1+\beta_0\beta)}\sqrt{(1-\beta_0{}^2)(1-\beta^2)}$$
- la densità di carica negativa è
$$\lambda^- = \frac{Q}{l^-} = \frac{Q}{l_0}\frac{(1+\beta_0\beta)}{\sqrt{(1-\beta_0{}^2)(1-\beta^2)}} = \frac{Q}{l_0}\gamma_0\gamma(1+\beta_0\beta) = \frac{Q}{l}\gamma(1+\beta_0\beta) = \lambda\gamma(1+\beta_0\beta)$$
- la densità di carica netta
$$\lambda^- - \lambda^+ = (\lambda\gamma(1+\beta_0\beta)) - (\lambda\gamma(1-\beta_0\beta)) = 2\lambda\gamma\beta_0\beta$$
- il campo elettrico sulla carica q
$$E_B = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0 r}\lambda_B = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0 r}2\lambda\gamma\beta_0\beta = \frac{\lambda\gamma\beta_0\beta}{\pi\varepsilon_0 r} = \frac{\lambda\gamma v_0 v}{\pi\varepsilon_0 c^2 r}$$
- la forza elettrica agente sulla carica q
$$F_B = qE_B = q\frac{\lambda\gamma v_0 v}{\pi\varepsilon_0 c^2 r}$$

La stessa forza vista nel sistema del laboratorio

$$F_A = \frac{1}{\gamma}F_B = q\frac{\lambda v_0 v}{\pi\varepsilon_0 c^2 r} \qquad \boxed{F_A = qv\frac{\lambda v_0}{\pi\varepsilon_0 c^2 r}}$$

CONFRONTO TRA LA FORZA TROVATA E LA FORZA DI LORENTZ

$F = qvB = qv \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i}{r}$ la corrente si può esprimere come $i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta x} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lambda \cdot V = \lambda \cdot 2v_0$

(essendo $2v_0$ la velocità relativa tra le cariche positive e quelle negative)

quindi $F = qv \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\lambda 2v_0}{r} = qv \frac{\mu_0 \lambda v_0}{\pi r}$

confrontando le due espressioni

$$\frac{\lambda v_0}{\pi \varepsilon_0 c^2 r} = \frac{\mu_0 \lambda v_0}{\pi r} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{\varepsilon_0 c^2} = \mu_0}$$